

文章编号: 2095-2163(2020)12-0121-05

中图分类号: TP391

文献标志码: A

# 改进的 OTSU 和最大熵结合的迭代图像分割算法

曾 诚, 宋 燕

(上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

**摘要:** 传统图像分割算法多存在难以精确分割灰度值与背景相近的虚弱对象,且常将噪声分割为对象,本文针对难以解决虚弱对象的精确分割问题,提出了一种以保留类内方差的 OTSU 和最大熵原理为基础,通过多次迭代求取更加精准的阈值对图像进行分割的改进算法。首先,计算初始阈值,将图像分割为对象与背景二类,再分别求得对象与背景的加权平均值,根据该平均值将图像像素分为对象、虚弱、背景3类区域;其次,运用 OTSU 算法对虚弱区域进行阈值更新,通过迭代使得到的阈值更加精准。实验结果表明,该算法不仅能将细小碎片分割出来,还能较完整地保留轮廓信息,对于有光亮噪声的图像依旧能够快速且准确地分割出目标对象。该算法对虚弱对象分割效果好,抗噪能力强,显著优于其他传统分割算法。

**关键词:** OTSU 算法; 最大熵; 加权平均; 迭代; 图像分割

## An improved image segmentation algorithm based on Otsu and maximum entropy

ZENG Cheng, SONG Yan

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**[Abstract]** In traditional segmentation algorithms, weak objects whose gray value is close to the background are difficult to be accurately segmented, and noise is often segmented into objects, an improved algorithm based on the principle of OTSU and maximum entropy, which preserves the in-class variance is proposed. First, the initial threshold is calculated to divide the image into object and background, and then the weighted average value of object and background is obtained respectively. According to the average value, the image pixel is divided into object, weakness and background. Then, OTSU algorithm was used to update the threshold value of the weak region, and the obtained threshold value was more accurate through iteration. The experimental results show that the algorithm can not only segment the small fragments, but also retain the contour information completely. For the image with bright noise, it can still segment the object accurately, so it can segment the target object quickly and accurately. The algorithm has good segmentation effect on weak objects and strong anti-noise ability. Significantly better than other traditional segmentation algorithms.

**[Key words]** OTSU algorithm; Maximum entropy; Weighted mean; Iteration; Image segmentation

## 0 引言

随着科技的进步,数字图像处理逐渐应用在各个领域,图像分割算法也被广泛关注。图像分割包括多种分割算法,根据图像的不同情况以及不同目标采取不同的算法,使用频率最高的为根据边缘、根据区域二种方法,但二种方法都有对噪声敏感的缺点,直接影响到图像处理结果。阈值处理因其速度快,原理简单的优势占有举足轻重的地位,日本学者大津曾提出最大类间方差法,又称 OTSU 算法,为自适应阈值确定的全局阈值算法<sup>[1]</sup>。此算法一经提出,就受到了广泛使用,在此基础上,有人提出了利用灰度值和灰度平均值构建二维 OTSU<sup>[2]</sup>,之后又有学者提出在二维基础上加上灰度中值信息构建三

维 OTSU<sup>[3]</sup>。因为其阈值精确且与其它算法结合,多用于模式识别和计算机视觉领域,所得结果也都较好。虽然 OTSU 经过多年发展逐渐趋于成熟,算法本身很难改进,其弱点依旧明显。比如,一些图像中的对象灰度值与背景的灰度值相近,将其称为弱对象,往往很难将其精确分割,图像中有光亮噪声的尤为严重。

针对以上的问题,本文提出了一种新的迭代方式,利用 OTSU 和最大熵求取双阈值,对二个阈值求取平均,迭代之后得到更精确的阈值,使弱对象精确分割出来,降低光亮噪声的影响。本文提出的分割算法具有如下优点:a) 充分考虑了类间方差最大和类内方差最小的条件,结合最大熵求取阈值,将图像

**基金项目:** 上海市自然科学基金(18ZR1427100)。

**作者简介:** 曾 诚(1995-),男,硕士研究生,主要研究方向:图像处理;宋 燕(1979-),女,博士,副教授,博士生导师,主要研究方向:图像处理、大数据分析、预测控制。

**通讯作者:** 宋 燕 Email: sonya@usst.edu.cn

**收稿日期:** 2020-09-24

分为3类区域,即前景区域、虚弱区域、背景区域;  
b)对虚弱区域多次迭代分为3类区域,直至所求阈值符合要求,最终将弱对象成功分割。经在多种原始图像以及碎片云图像上测试,能够将弱对象清晰分割,得到了较好的效果。

### 1 最大类间方差

OTSU是将图像二值化的阈值分割算法,比其他的传统分割算法运算更加迅速和精确,能够自动算出阈值,尤其在灰度值表现为双峰直方图的图像上效果更加明显。

OTSU的基本思想:设定分割阈值,将像素 $f(x, y)$ 分为对象和背景二类;通过最大化类间方差并最小化类内方差得到目标阈值。

假设一副大小为 $M \times N$ 图像的像素分为 $L$ 个灰度级 $\{0, 1, 2, \dots, L-1\}$ ,  $n_i$ 为灰度级为 $i$ 的像素个数,则像素总数公式为:

$$MN = n_0 + n_1 + n_2 + \dots + n_{L-1}. \quad (1)$$

灰度级的概率为:

$$P_i = \frac{n_i}{MN}. \quad (2)$$

其中,概率满足 $\sum_{i=0}^{L-1} P_i = 1$ 且 $P_i \geq 0$ 。

若目标阈值为 $k$ ,将所有像素分为灰度值为 $[0, k]$ 的背景类 $C_1$ 和 $[k+1, L-1]$ 的对象类 $C_2$ 。 $P_1(k)$ 和 $P_2(k)$ 为 $C_1$ 和 $C_2$ 中的概率,可由式(3)和式(4)计算得到:

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k P_i, \quad (3)$$

$$P_2(k) = \sum_{i=k+1}^{L-1} P_i = 1 - P_1(k). \quad (4)$$

$m_1(k)$ 和 $m_2(k)$ 分别为 $C_1$ 和 $C_2$ 像素的平均灰度值,可由式(5)和式(6)计算得到:

$$m_1(k) = \sum_{i=0}^k iP(i|C_1) = \frac{1}{P_1(k)} \sum_{i=0}^k iP_i, \quad (5)$$

$$m_2(k) = \sum_{i=k+1}^{L-1} iP(i|C_2) = \frac{1}{P_2(k)} \sum_{i=k+1}^{L-1} iP_i. \quad (6)$$

$m_c$ 为图像平均灰度值, $\theta$ 为类间平方差,可由式(7)计算得到:

$$\theta = P_1(k)(m_1(k) - m_c)^2 + P_2(k)(m_2(k) - m_c)^2 = P_1(k)P_2(k)(m_1(k) - m_2(k))^2. \quad (7)$$

由式(7)可得式(8):

$$\theta(T) = \max_{0 \leq k \leq L-1} \theta(k). \quad (8)$$

其中, $T$ 即为目标阈值,输入图像就可以按照阈值 $T$ 进行分割,式(9):

$$f(x, y) = \begin{cases} 255, & f(x, y) > T; \\ 0, & f(x, y) \leq T. \end{cases} \quad (9)$$

### 2 OTSU的迭代分割

OTSU分割效果显著,优点明显,对灰度值对比度高的图像分割精确,但缺点同样明显,局限性较大。当图像中的弱对象比例较多时,就会出现错分的情况,求得的阈值往往不是最佳阈值,导致弱对象变为背景,丢失很多重要信息,这也是OTSU一味的求取最大类间方差所造成的,忽略了灰度值与背景相近的边缘与对象。在实际情况中,经常需要观察灰度值以及面积较小的对象,甚至与噪声无异,此时的OTSU的弱点就暴露无遗。

为了弥补OTSU的缺陷,本文首先将输入图像按比例进行灰度扩展,使其灰度值对比度增加,再进行阈值求取,围绕阈值对前景区域和背景区域加权平均,进而将像素分为前景区域、虚弱区域、背景区域3类,前景区域和背景区域为确定区域,最后对虚弱区域进行相同的迭代操作,求得最佳阈值,准确分割对象与背景。

#### 2.1 灰度扩展

为了解决传统OTSU难以求出灰度值相近图像的最佳阈值问题,本文提出了灰度扩展理论,通过对灰度扩展,加大灰度值之间的差异,得出最大类间方差。灰度扩展公式:

$$g(x, y) = Cf(x, y). \quad (10)$$

其中, $C$ 为扩展常数,根据像素灰度值分布情况确定 $C$ 值,若灰度值呈双峰直方图,则可取1,若 $C$ 为1,则为原始的图像。若灰度值较为集中,则 $C$ 值取较大值,使其对象与背景的灰度值差值扩大。为便于计算,常取1~10之间。

#### 2.2 类间方差与类内方差结合

传统OTSU往往只考虑最大化类间方差而忽略类内方差的最小化。灰度值越相近,类内方差越小,说明分割越准确。类内方差为:

$$\begin{cases} \sigma_0(T) = \frac{\sum_{i=\min}^{T-1} (i - m_1)^2 P_i}{m_1}, \\ \sigma_1(T) = \frac{\sum_{i=T}^{\max} (i - m_2)^2 P_i}{m_2}. \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\sigma_0$ 和 $\sigma_1$ 分别为图像背景区域和图像对象区域的类内方差。令类内方差之和为 $\sigma$ ,则有:

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1. \quad (12)$$

使类间方差与类内方差之和相结合组成 $j(x, y)$ ,得到:

$$j(x, y) = \frac{\theta}{\sigma}. \quad (13)$$

### 2.3 最大熵阈值分割

由于 OTSU 在分割图像之时只考虑将背景和对象分割最大化, 而忽略了边缘和弱对象等信息, 故本文提出与最大熵分割相结合, 使分割时能够将对象最大化分割的同时保留更多的信息。最大熵原理求阈值与 OTSU 类似, OTSU 是求取最佳阈值将图像分为对象和背景求取最大方差, 最大熵是求取最佳阈值使对象和背景 2 个部分熵之和最大。熵的公式为:

$$H(I) = \sum_{u,v} p(I(u,v)) \cdot \log_b\left(\frac{1}{p(I(u,v))}\right) = - \sum_{u,v} p(g) \cdot \log_b(p(g)). \quad (14)$$

约束条件为  $\sum_{i=0}^{L-1} P_i = 1, P_i \geq 0, P_n = \sum_{i=0}^t P_i$ ,  $b$  常取 2,  $I(u, v)$  为灰度值, 假设阈值为  $t, A$  为  $\{0, 1, 2, \dots, t\}$  的灰度分布,  $B$  为  $\{t+1, t+2, \dots, L-1\}$  的灰度分布, 则两个概率密度相关的熵分别为  $H(A)$  和  $H(B)$ , 由式(15)和式(15)计算得到:

$$H(A) = - \sum_{i=0}^t \frac{P_i}{P_n} \ln \frac{P_i}{P_n}. \quad (15)$$

$$H(B) = - \sum_{i=t+1}^{L-1} \frac{P_i}{1-P_n} \ln \frac{P_i}{1-P_n}. \quad (16)$$

定义函数  $\varphi(t)$  为  $H(A)$  和  $H(B)$  的和:

$$\varphi(t) = H(A) + H(B). \quad (17)$$

则最佳阈值为:

$$t = \arg \max \varphi(t) = - \sum_{i=0}^t \frac{P_i}{P_n} \ln \frac{P_i}{P_n} - \sum_{i=t+1}^{L-1} \frac{P_i}{1-P_n}. \quad (18)$$

### 2.4 加权迭代算法

传统的 OTSU 算法, 往往会将虚弱的对象分到背景之中, 且没有考虑图像的信息量, 会丢失很多细节信息导致分割效果下降。针对上述问题, 本文欲将二种算法相结合, 在保证信息不丢失的情况下使对象和背景最大化地分割, 假设求得的 OTSU 阈值为  $t_1$ , 最大熵阈值为  $t_2$ , 为了兼顾二者的优势, 求平均值, 式(19), 使阈值不过分偏向  $t_1$  导致边缘被分为背景, 或者偏向  $t_2$  导致噪声被分为对象。

$$T_1 = \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (19)$$

在求得初始阈值  $T_1$  后, 图像被分为背景区域  $B_0$  和前景区域  $O_0$ , 再对背景和对象加权求平均处理:

$$\begin{aligned} \uparrow m_1 &= \sum_{i=0}^r \frac{w(i)f(x,y)}{w(i)} \\ \uparrow n_1 &= \sum_{i=r}^{256} \frac{[256-w(i)]f(x,y)}{[256-w(i)]} \end{aligned} \quad (20)$$

其中,  $m_1$  为背景区域中像素的加权平均值;  $n_1$  为前景区域中像素的加权平均值; 相比求平均值处理, 加权求平均值与阈值更加接近, 缩小了不确定部分的范围, 为下一次求取阈值减少遍历像素的时间, 减小计算成本;  $w$  为像素的权重, 离阈值越近的像素权重越大, 越远的像素权重越小。此时, 小于  $m_1$  的像素为可确定的背景区域  $B_1$ ; 大于  $n_1$  的像素为可确定的前景区域  $O_1$ ; 在  $m_1$  和  $n_1$  之间的像素为不确定区域  $UR_1$ 。

假设要处理的图像为  $U$ :

$$U = B_0 \cup O_0 = B_1 \cup UR_1 \cup O_1. \quad (21)$$

在求得第一个不确定区域  $UR_1$  后, 再对  $UR_1$  重复操作求取阈值  $T_2$ , 将  $UR_1$  分为背景和前景, 再对背景和对象分别求取平均值  $m_2$  和  $n_2$ , 此时, 小于  $m_2$  的像素为可确定的背景区域  $B_2$ ; 大于  $n_2$  的像素为可确定的对象区域  $O_2$ , 在  $m_2$  和  $n_2$  之间的像素为不确定区域  $UR_2$ :

$$UR_1 = B_2 \cup UR_2 \cup O_2. \quad (22)$$

此时, 不确定区域再次缩小。重复上述操作, 直至  $T_{n-1} - T_n \leq t$ , 根据不同的精度要求取不同的  $t$  值, 本文为达到实验效果, 取  $t$  为 0, 此时说明不确定区域已经缩小至所求阈值, 不会继续变化, 从而使虚弱对象将被准确地分割。  $T_{n+1}$  为求得的最佳阈值, 小于阈值的即为背景, 大于阈值的即为对象。多次迭代使虚弱区域单调递减, 所求的阈值范围逐渐缩小, 逐渐逼近目标阈值, 从而成功分割出 OTSU 算法无法精确分割出的虚弱对象, 本文在未丢失原本算法优势的前提下, 弥补其劣势, 得到更好的效果。

## 3 实验结果与分析

### 3.1 算法验证

为了验证本文算法的有效性和适用性, 将对多对象图像进行迭代处理, 对比多次迭代后公共数据集的原始图像的对象是否被更加精确的分割。为了使本文算法效果更加明显, 对合成图和斑马鱼胚胎进行了处理, 合成图为对原图像加上光亮噪声, 如图 1 所示。

可以看出, 虽然第一次迭代无法完整的分割出对象, 到第七次迭代的时候, 图片的细微碎片已经能够分割出来, 边缘的轮廓也比较清晰, 虽然在第一次迭代的时候丢失了很多信息, 很多细小的碎片都没有分割出来, 但随着迭代次数的增加, 被分割出的对象数量逐渐增加, 到第七次时基本完全分割出来。



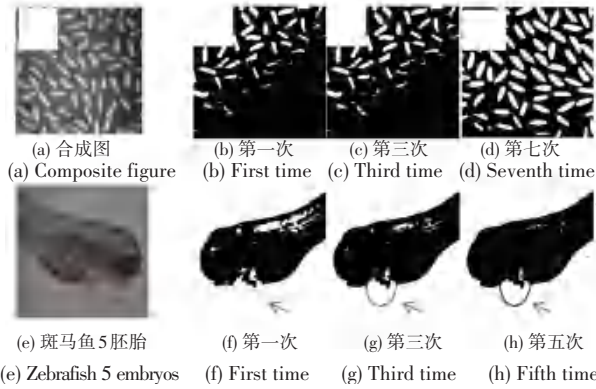


图1 光亮噪声合成图和斑马鱼胚胎

Fig. 1 Bright noise composite image and Zebrafish embryo

本文算法具有良好的分割性能,不管对于单个虚弱对象还是对于有光亮噪声的多个对象,都能准确的分割出来,弥补了 OTSU 算法的劣势。

### 3.2 对比实验

为了验证本文算法的优势,设计了几组对比实验,将本文的算法迭代 OTSU 与 OTSU、迭代阈值、自适应阈值等算法相比较,如图 2 所示。

如图 2 所示,第一行中测试图的对象和背景灰度值比较明显,几种算法在细节方面还是略逊于本文的算法。为了验证本文算法的优越性,继续做了几组对比实验。第二行中的测试图为方块合成图,4 个方块灰度值逐渐变小,最大的方块灰度值接近背景,可以看作弱对象,由结果可以看出,OTSU 没有将第四块分割出来,迭代阈值和最大熵虽然将第四块分割出来,但并不完整,第四块中丢失了很多信息,自适应阈值效果更加不好。第三行中的斑马鱼胚胎,箭头所指的心包水肿为观察目标,但相对虚弱,较难分割,OTSU、迭代阈值、最大熵都将其分割为背景,自适应阈值虽然勉强将其分割出来,但也丢失了大量信息,之后的几组实验在细节分割上面也各有不同。

综上所述,各种算法虽然各有优势,但缺点也非常明显,本文提出的迭代 OTSU 算法在几种类型的图像上的处理结果均优于其它算法,在不丢失过多信息的情况下将其准确分割出来,弥补了原始的 OTSU 算法和最大熵算法的缺点。

### 3.3 分割结果评价

$MSE$  为图像的均方差,式(23):

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|F(i,j) - J(i,j)\|^2. \quad (23)$$

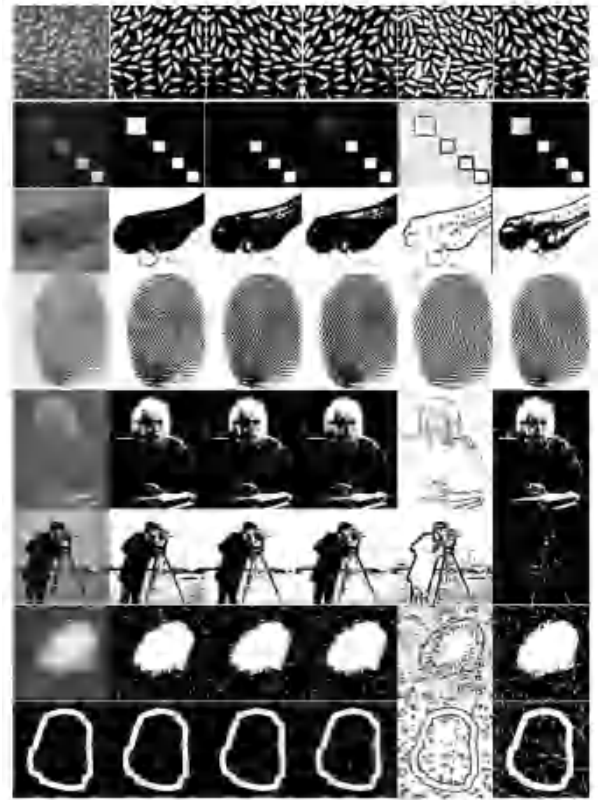
其中,  $mn$  为图像的大小;  $F(i,j)$  为原始图像;  $J(i,j)$  为处理后的图像。

为了验证本文方法的分割效果,采用峰值信噪比( $PSNR$ ) 测评各算法。 $PSNR$  是常用的衡量信号失真的指标, dB:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\max^2}{MSE} \right). \quad (24)$$

其中,  $\max$  为最大灰度值。 $PSNR$  越大,说明失真越小,分割效果越好。

图 2 中的实验结果见表 1。



(a) 测试图 (b) 迭代 OTSU (c) OTSU (d) 迭代阈值 (e) 自适应阈值 (f) 最大熵

图 2 各种算法处理结果对比

Fig. 2 Various algorithms handle the comparison of results

表 1 峰值信噪比 PSNR

Tab. 1 Peak Signal to Noise Ratio

迭代 OTSU	OTSU	迭代阈值	自适应阈值	最大熵
9.461	9.370	9.370	7.977	5.325
14.192	15.580	15.170	2.404	13.854
7.199	7.043	7.101	5.138	6.349
11.371	10.960	10.891	11.061	11.367
8.477	8.476	8.468	4.541	8.429
9.274	8.948	9.018	6.353	5.762
11.114	11.111	11.113	4.826	10.876
21.239	21.253	21.176	1.693	13.434

从表 1 可以看出,本文提出的算法比其它几种算法  $PSNR$  值要高出许多。虽然第二行和倒数第二

行中本文算法要逊色于 OTSU 和迭代阈值算法,但在总体上本文算法是分割效果最好的。

#### 4 结束语

OTSU 作为经典的图像分割算法被广泛用于图像预处理,其高效的特点为使用者节省了很多时间。但对弱对象分割的精确度低,致使分割错误丢失很多细节影响观察,这也增加了算法的局限性。为了解决此问题,本文提出了最大熵结合 OTSU 的迭代算法:分别对 OTSU 和最大熵求取阈值再取平均值;根据求得的目标阈值将图像的像素分为 3 类,即前景区域、虚弱对象区域和背景区域;保持前景区域和背景区域不变,对虚弱对象区域再次求取阈值,将其分为 3 类区域,最终得到最优阈值,使得将虚弱对象

分割出来。实验结果表明,该算法在虚弱对象的处理上不仅具有较好的分割性能,而且几乎不需要设定参数,后续需要处理的像素点也仅仅是单调减小的虚弱对象区域,其操作简单以及便于实现的性能具有很好的实用性。

#### 参考文献

- [1] OTSU N. A Threshold Selection Method from Gray Level Histograms[J]. IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics-Systems, 1979, 9(1): 62-66.
- [2] 刘健庄, 栗文青. 灰度图象的二维 Otsu 自动阈值分割法[J]. 自动化学报, 1993, 19(1): 101-105.
- [3] 景晓军, 李剑峰, 刘郁林. 一种基于三维最大类间方差的图像分割算法[J]. 电子学报, 2003, 31(9): 1281-1285.

(上接第 120 页)

表 4 符号表  
Tab. 4 Symbol table

符号	符号的意义
$T_s$	平均土壤表面温度, (°C) 9759
$A_s$	土壤表面温度变化幅度, (°C)
$Z$	土壤深度, (m)
$A$	土壤热扩散率, (m <sup>2</sup> /jour)
$T$	时间, (天)
$T_0$	地表温度最低的一天
$T_{in}$	进气管处的空气温度, (°C)
$T_{out}$	出风管处的空气温度, (°C)
$\varphi$	热流, (kWh)
$m_{air}$	质量流量, (kg/s)
$C_{p,air}$	空气比热容, (J kg/K)
$R_{conv}$	空气与管道对流换热热阻, (m K/W)
$R_{pipe}$	埋地管道热阻, (m K/W)
$R_{soil}$	土壤热阻, (m K/W)
$\bar{h}$	平均对流换热系数, (W/m <sup>2</sup> °C)
Re	雷诺数
Pr	普朗特数
$\lambda$	导热系数, (W/M K)

#### 参考文献

- [1] ASTE, NICCOLÒ, BUZZETTI M, CAPUTO P, et al. Regional policies toward energy efficiency and renewable energy sources integration: Results of a wide monitoring campaign [J]. Sustainable Cities & Society, 2018, 36:215-224.
- [2] CABEZA L F, CASTELL A, MEDRANO M, et al. Experimental study on the performance of insulation materials in Mediterranean construction[J]. Energy & Buildings, 2010, 42(5):630-636.

- [3] Mother Earth News editors. The Double-Envelope House. <https://www.motheearthnews.com/green-homes/the-double-envelope-house>. Last accessed August 18, 2020.
- [4] IanStahlbrand. Simulation Of A Convective Loop For The NTED™ Low Energy House. Master thesis, Ryerson University 2008.
- [5] PRESSNAIL K D, RUSSEL R C, KIRSH A M. An Innovative Approach to Low - Energy Building Performance Using Nested Thermal Envelopes [C]// Canadian Conference on Building Science and Technology, 2009, 2:393-404.
- [6] Dixon E, Richman R, Pressnail K. Nested Thermal Envelope Design construction: Achieving significant reductions in heating energy use[J]. Energy & Buildings, 2012, 54(11):215-224.
- [7] Maria Elisa Rumeo. Evaluating the Field Performance of a Thermally - Retrofitted Historic Masonry Home Using a Nested Thermal Envelope Design. Master Thesis, University of Toronto, 2019.
- [8] SANTAMOURIS M, MIHALAKAKOU G, ARGIRIOU A, et al. On the performance of buildings coupled with earth to air heat exchangers[J]. Solar Energy 1995;54(6):375-80.
- [9] MIHALAKAKOU G. On the heating potential of a single buried pipe using deterministic and intelligent techniques [J]. Renewable Energy 2003, 28:917-927.
- [10] AHMED A, KENNETH I, MILLER A, GIDADO K. Thermal performance of earth - air heat exchanger for reducing cooling energy demand of office buildings in the United Kingdom [C]// Conference of international building performance simulation association; 2009, 2228-2235.
- [11] RAMÍREZ-DÁVILA L, XAMÁN J, ARCE J, et al. Numerical study of earth - to - air heat exchanger for three different climates [J]. Energy and Buildings, 2014, 76(11):238-248.
- [12] GOSWAMI D Y, ILESLAMLOU S. Performance Analysis of a Closed-Loop Climate Control System Using Underground Air Tunnel[J]. Journal of Solar Energy Engineering, 1990, 112(2):76-81.
- [13] Trnsys, Logiciel De Simulation Thermique Des bâtiments, Université de Madison, Wisconsin, (USA), 2017, 16.